

МАТЕМАТИКА

Демонстрационный вариант

Ответом к заданиям №1-№11 является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

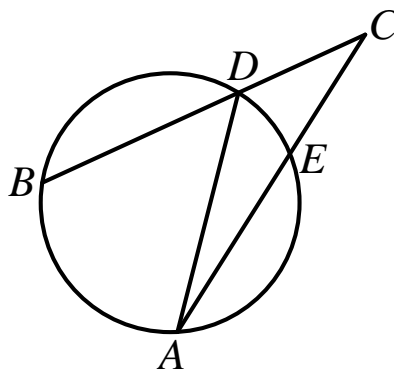
Задание 1. Найдите корень уравнения $\log_3(2 - x) = \log_9 16$.

Ответ: _____.

Задание 2. В магазине в одной коробке лежат вперемешку ручки с чёрными, синими и красными чернилами, одинаковые на вид. Покупатель случайным образом выбирает одну ручку. Вероятность того, что она окажется чёрной, равна 0,37, а того, что она окажется синей, равна 0,45. Найдите вероятность того, что ручка окажется красной.

Ответ: _____.

Задание 3. Градусная мера дуги AB окружности, не содержащей точку D , равна 106° . Градусная мера дуги DE окружности, не содержащей точку A , равна 48° . Найдите угол ACB . Ответ дайте в градусах.

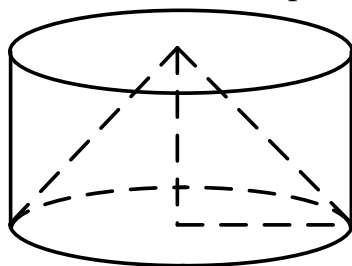


Ответ: _____.

Задание 4. Найдите значение выражения $\frac{a^{5,96} \cdot a^{2,4}}{a^{5,36}}$ при $a = 6$.

Ответ: _____.

Задание 5. Цилиндр и конус имеют общие основание и высоту. Высота цилиндра равна радиусу основания. Площадь боковой поверхности цилиндра равна $27\sqrt{2}$. Найдите площадь боковой поверхности конуса.



Ответ: _____.

Задание 6. Прямая $y = 8x + 11$ параллельна касательной к графику функции $y = x^2 + 7x - 7$. Найдите абсциссу точки касания.

Ответ: _____.

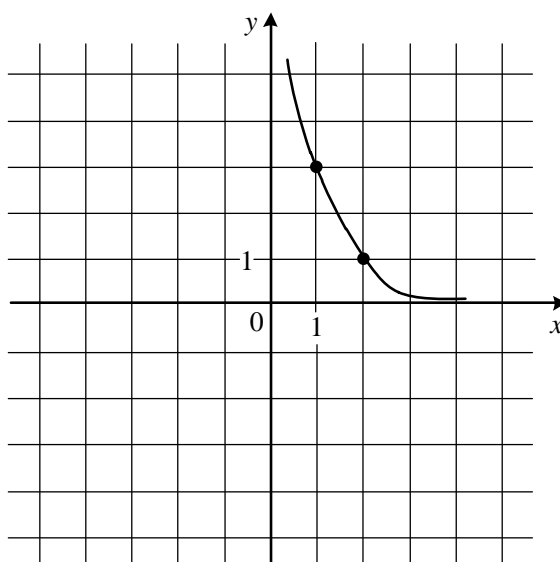
Задание 7. При адиабатическом процессе для идеального газа выполняется закон $pV^k = 7,776 \cdot 10^6 \text{ Па} \cdot \text{м}^4$, где p — давление в газе в паскалях, V — объём газа в кубических метрах, $k = \frac{4}{3}$. Найдите, какой объём V (в куб. м) будет занимать газ при давлении p , равном $3,75 \cdot 10^6 \text{ Па}$.

Ответ: _____.

Задание 8. Два человека отправляются из одного дома на прогулку до опушки леса, находящейся в 3,5 км от дома. Один идёт со скоростью 3,6 км/ч, а другой — со скоростью 4,8 км/ч. Дойдя до опушки, второй с той же скоростью возвращается обратно. На каком расстоянии от дома произойдёт их встреча? Ответ дайте в километрах.

Ответ: _____.

Задание 9. На рисунке изображён график функции $f(x) = a^{x+b}$. Найдите $f(-1)$.



Ответ: _____.

Задание 10. За круглый стол на 6 стульев в случайном порядке рассаживаются 3 мальчика и 3 девочки. Найдите вероятность того, что рядом с любым мальчиком будут сидеть две девочки.

Ответ: _____.

Задание 11. Найдите наибольшее значение функции $y = \ln(x + 9)^5 - 5x$ на отрезке $[-8, 5]$.

Ответ: _____.

Для записи решений и ответов на задания №12-№18 используйте отдельный лист (Чистовик). Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и так далее), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте четко и разборчиво.

Задание 12. а) Решите уравнение $2\cos^2\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) = -\sin x$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-4\pi; -\frac{5\pi}{2}\right]$.

Задание 13. Дана треугольная пирамида $ABCD$.

а) Постройте её сечение плоскостью, проходящей через середину ребра AB параллельно рёбрам AD и BC .

б) Найдите угол между прямыми AD и BC , если $AD = 24$, $BC = 10$, а расстояние между серединами рёбер AB и CD равно 13.

Задание 14. Решите неравенство

$$3 \cdot 5^{x^2+6} - 2\sqrt{5x+3} \geq 3 \cdot 5^{5x+2} - 2\sqrt{x^2+7}.$$

Задание 15. В треугольнике ABC высота CH , биссектриса CL и медиана CM делят угол ACB на четыре равных угла.

а) Докажите, что $\triangle ABC$ – прямоугольный.

б) Найдите длины высоты CH , биссектрисы CL и медианы CM , если радиус окружности, описанной около треугольника ABC , равен 2.

Задание 16. В июле планируется взять кредит в банке на сумму 16 млн рублей на некоторый срок (целое число лет). Условия его возврата таковы:

- Каждый январь долг возрастает на 25% по сравнению с концом предыдущего года;
- С февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
- В июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.

На сколько лет планируется взять кредит, если известно, что общая сумма выплат после его полного погашения составит 38 млн рублей?

Задание 17. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $(a^2 - 9)x^2 - (2x^2 + 5a - 9)x + a + 3 = 0$ имеет два корня разных знаков.

Задание 18. В ряд выписаны числа $1^2, 2^2, \dots, (N-1)^2, N^2$. Между ними произвольным образом расставляют знаки «+» и «-» и находят получившуюся сумму. Может ли такая сумма равняться:

- а) 4, если $N = 20$;
- б) 0, если $N = 69$;
- в) 0, если $N = 64$.